

# PEMBELAJARAN KARAKTERISTIK GRAFIK FUNGSI DAN PERUBAHANNYA AKIBAT TRANSFORMASI $f^2(x)$ , $\frac{1}{f(x)}$ , DAN $|f(x)|$ MENGGUNAKAN GEOGEBRA

Rizka Azizatul Latifah  
MAN 1 Kulon Progo  
rizka.twin@gmail.com

DOI : <http://doi.org/10.37730/edutrainee.v8i2.234>

Diterima: 30 April 2023 | Disetujui: 5 Desember 2024 | Dipublikasikan: 11 Desember 2024

## Abstrak

Keterampilan abad 21 atau keterampilan 4C (*critical thinking and problem solving, communication, collaboration, creative and innovative*) sangat dibutuhkan untuk bertahan menghadapi era revolusi industri 4.0. Keterampilan tersebut dapat dilatih melalui pembelajaran. Oleh karena itu, perlu adanya pembiasaan untuk melatih keterampilan tersebut pada proses pembelajaran, salah satunya melalui pembelajaran matematika. Kegiatan menganalisis dapat menjadi cara untuk mengasah keterampilan berpikir peserta didik. Salah satu materi yang memerlukan kegiatan analisis adalah karakteristik grafik fungsi dan perubahannya akibat transformasi. Tujuan dari penulisan artikel ini yakni untuk menjelaskan bagaimana pembelajaran karakteristik fungsi dan perubahannya akibat transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$  dengan memanfaatkan Geogebra serta korelasinya terhadap peningkatan keterampilan 4C. Metode dalam penulisan artikel adalah kajian literatur. Pada kegiatan analisis grafik tersebut perlu adanya media pembelajaran yang dapat digunakan untuk mempermudah proses pembelajaran. Media yang untuk pembelajaran grafik fungsi adalah Geogebra. Geogebra merupakan *software* yang dapat memvisualisasikan objek matematika seperti grafik fungsi. Penggunaan *Geogebra* dalam pembelajaran juga dapat digunakan untuk membiasakan keterampilan berpikir kritis, berpikir kreatif, berkolaborasi, dan berkomunikasi.

**Kata Kunci:** Geogebra, karakteristik grafik fungsi, keterampilan 4C.

## Abstract

*The 21st century skills or 4C skills (critical thinking and problem solving, communication, collaboration, creative and innovative) are highly needed to thrive in the era of the fourth industrial revolution. These skills can be developed through learning, and it is important to incorporate them into the learning process, including mathematics education. Analyzing activities can be a way to sharpen students' thinking skills. One of the topics that requires analysis is the characteristics of function graphs and their changes due to transformations. The purpose of this article is to explain how to teach the characteristics of functions and their changes due to transformations of  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , and  $|f(x)|$  using Geogebra, and its correlation with the improvement of 4C skills. The method used in this article is literature review. In analyzing function graphs, it is necessary to have learning media that can facilitate the learning process. One suitable media for learning function graphs is Geogebra, a software that can visualize mathematical objects such as function graphs. Using Geogebra in learning can sharpen critical thinking skills, creative thinking skills, collaboration skill, and communication skill.*

**Keywords:** Geogebra, characteristics of function graphs, 4C skills.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License

## PENDAHULUAN

Tantangan global revolusi industri 4.0 semakin ketat dan tak dapat dipungkiri lagi. Akibatnya jika suatu generasi tidak dipersiapkan secara baik akan kesulitan dalam menghadapi era tersebut. Perubahan yang semakin cepat bahkan hanya dalam hitungan detik perlu disikapi dengan kemampuan yang seimbang agar mampu bertahan. Oleh karena itu diperlukan sumber daya manusia yang adaptif sehingga mampu bertahan dan sukses menghadapi perubahan yang terjadi. Menurut *Partnership for 21<sup>st</sup> Century Skills* (2008), kemampuan yang dibutuhkan dalam menghadapi era revolusi industri 4.0 atau kemampuan abad 21 yaitu kemampuan *critical thinking and problem solving* (berpikir kritis dan pemecahan masalah), *communication* (komunikasi), *collaboration* (kolaborasi), dan *creative and innovative* (kreatif dan inovatif) atau biasa disebut dengan keterampilan 4C.

Keterampilan 4C tersebut perlu ditanamkan kepada generasi muda yang nantinya akan menghadapi era digital yang semakin hari akan semakin penuh dengan tantangan. Penanaman keterampilan-keterampilan tersebut dapat dilakukan melalui pendidikan dan pembelajaran. Menurut Zubaidah (2018: 1) salah satu hal penting untuk mendorong pertumbuhan ekonomi dan daya saing bangsa yakni dengan mempersiapkan pembelajaran yang inovatif dan dapat meningkatkan kompetensi peserta didik atau lulusan yang memiliki keterampilan abad 21.

Guru perlu melakukan inovasi dalam pembelajaran yang dapat membiasakan peserta didik untuk berpikir kritis, berpikir kreatif, berkomunikasi, dan berkolaborasi. Dalam tulisannya, Collins (2014) menyebutkan bahwa terdapat beberapa langkah yang dapat dilakukan guru untuk melatih kemampuan berpikir, yakni

- a. Mengajarkan konsep secara HOTS
- b. Merencanakan tanya jawab dan diskusi di kelas

- c. Mengajarkan konsep secara eksplisit
- d. Memberikan *scaffolding*
- e. Mengajarkan HOTS secara kontinu

Pembelajaran matematika merupakan salah satu pembelajaran yang dapat mengasah keterampilan berpikir jika guru mampu melakukan pengajaran yang tepat dengan inovasi. Belajar matematika bukan hanya sekadar mampu berhitung, akan tetapi belajar matematika adalah bagaimana menggunakan kemampuan bernalar, berlogika, menganalisis, memecahkan masalah, mengambil keputusan, dan lain sebagainya. Hal tersebut sejalan dengan yang disampaikan oleh Winda dan Dhitsaha (2019:392) bahwa pembelajaran matematika memiliki tujuan untuk membentuk pola pikir kreatif, kritis, sistematis, serta logis yang nantinya hal tersebut akan membuat seseorang mampu untuk memecahkan masalah.

Salah satu cara untuk membentuk pola berpikir tersebut adalah dengan kegiatan menganalisis. Menurut Sugiyono (2015:335), menganalisis merupakan kegiatan untuk menemukan pola atau berpikir dalam menguji sesuatu secara sistematis. Menguatkan hal tersebut, Habibi dan Aprilian (2020:78) juga menyatakan bahwa kegiatan menganalisis terdiri dari kegiatan memilah dan membedakan sesuatu, kemudian mengelompokkan berdasar kriteria, lalu mencari keterkaitan, dan selanjutnya menafsirkannya.

Kegiatan menganalisis merupakan kegiatan yang dapat mendorong peserta didik untuk dapat berpikir kritis dan kreatif. Akan tetapi, banyak peserta didik yang sering merasa kesulitan dengan aktifitas tersebut dikarenakan belum terbiasa maupun tidak adanya media yang memfasilitasi mereka dalam proses pembelajaran. Oleh karena itu, selain diperlukan inovasi dalam metode atau model pembelajaran, guru juga perlu melakukan inovasi dalam penggunaan media pembelajaran.

Pada pembelajaran Matematika peserta didik sering merasa kesulitan karena terdapat banyak simbol-simbol atau lambang tertentu yang lebih sulit diingat. Terlebih pada materi seperti grafik, peserta didik akan merasa sulit jika tidak ada media yang dapat memvisualisasikan grafik dengan tepat dan menarik.

Pada kelas 10 peserta didik mendapatkan materi mengenai Grafik Fungsi (fungsi linear, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional) dan Perubahan Grafik Fungsinya Akibat Transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$ , yang menuntut peserta didik untuk menganalisis perubahan grafik fungsi terutama pada titik potong, titik puncak, dan asimtot. Materi ini merupakan salah satu dasar dalam pembelajaran matematika. Peserta didik akan memiliki kemampuan dalam membuat prediksi, menafsirkan suatu fenomena matematika, memecahkan masalah, dan sebagainya.

Pembelajaran grafik fungsi yang dilakukan hanya dengan menggambar secara manual tidak memberikan gambaran secara presisi grafik yang seharusnya. Oleh karena itu diperlukan media pembelajaran yang dapat memberikan visualisasi grafik-grafik fungsi tersebut sehingga peserta didik terbantu dalam proses menganalisis.

Beberapa media pembelajaran yang dapat digunakan dalam materi grafik fungsi yakni Geogebra, Desmos, dan Mathway. Dari ketiga aplikasi tersebut Geogebra memiliki beberapa keunggulan diantaranya yakni dapat menampilkan objek geometri dengan slider, objek geometri dapat digambar dengan lebih teliti, serta memberikan visualisasi objek geometri yang lebih jelas kepada pengguna. Geogebra merupakan suatu aplikasi matematika yang menggabungkan antara aljabar, geometri, dan kalkulus yang dapat dimanfaatkan untuk membantu pembelajaran. Geogebra dapat memvisualisasikan grafik fungsi dengan presisi dan menarik. Selain itu, Geogebra juga dapat digunakan secara online maupun offline.

Oleh karena itu, penulis tertarik untuk menulis artikel dengan judul *Pembelajaran Karakteristik Grafik Fungsi dan Perubahannya Akibat Transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$  Menggunakan Software Geogebra*. Lebih lanjut, dalam artikel ini akan dikupas bagaimana pembelajaran karakteristik grafik fungsi serta perubahan grafiknya akibat dari transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$  dengan menggunakan *software* Geogebra serta bagaimana keterkaitannya dengan pembiasaan keterampilan berpikir kritis, berpikir kreatif, berkolaborasi, dan berkomunikasi. Tujuan dari penulisan artikel ini untuk menjelaskan bagaimana pembelajaran karakteristik fungsi dan perubahannya akibat transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$  dengan memanfaatkan Geogebra serta korelasinya terhadap peningkatan keterampilan 4C.

## KAJIAN PUSTAKA

### Geogebra

Kehadiran teknologi dalam dunia pendidikan dapat memberikan kemudahan guru maupun peserta didik dalam melakukan proses pembelajaran. Teknologi berperan penting dalam meningkatkan efektivitas pembelajaran dan dapat membantu guru untuk meningkatkan partisipasi dan motivasi peserta didik serta memberikan kemudahan dalam mengakses informasi (Robiah, dkk., 2024:222).

Selain itu kehadiran teknologi sebagai media pembelajaran juga dapat membantu guru untuk meningkatkan keterampilan berpikir peserta didik. Mambaul, dkk. (2020:13) mengatakan bahwa pemanfaatan teknologi dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis peserta didik.

Geogebra merupakan salah satu media pembelajaran berbasis teknologi yang dapat membantu proses pembelajaran menjadi lebih mudah dan menarik. Beberapa manfaat dari Geogebra yang disampaikan oleh Yayah

dan Evendi (2018: 451) yaitu Geogebra dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika dan alat bantu dalam membuat bahan ajar matematika. Lebih lanjut Joko (2021:21) juga menjelaskan beberapa manfaat dari Geogebra yaitu sebagai berikut.

- Dapat mendemonstrasikan atau memvisualisasikan konsep matematis.
- Alat bantu dalam mengkonstruksi konsep matematis.
- Mendukung kreativitas peserta didik dalam pembelajaran.
- Meningkatkan pemahaman konsep peserta didik dalam pembelajaran.

## Grafik Fungsi Linear, Fungsi Kuadrat, dan Fungsi Rasional

### 1. Grafik Fungsi Linear

Bentuk Fungsi Linear

Fungsi linear adalah fungsi polynomial yang berderajat satu. Fungsi linear memiliki rumus  $f(x) = ax + b$  dengan  $a, b \in R$  dan  $a \neq 0$ . Misal  $f(x) = 3x$ .  $a$  merupakan kemiringan garis dan  $b$  merupakan titik dimana garis memotong sumbu  $y$ .

Daerah Asal dan Daerah Hasil

Daerah asal fungsi linear adalah seluruh anggota bilangan real, bisa dinotasikan:

$$D_f = \{x \mid x \in R\}$$

Daerah hasil fungsi linear adalah seluruh anggota bilangan real, bisa dinotasikan:

$$R_f = \{y \mid y \in R\}$$

Himpunan bilangan real merupakan himpunan bilangan yang merupakan gabungan dari himpunan bilangan rasional dan bilangan irasional.

Grafik Fungsi Linear

Grafik fungsi linear adalah suatu garis lurus, mengapa dari itu fungsi ini disebut fungsi linear. Garis tersebut mempunyai gradien sebesar koefisien. Gradien positif menunjukkan garis naik dari kiri ke kanan, gradien negatif menunjukkan

garis yang turun dari kiri ke kanan, sedangkan gradien nol menandakan garis horizontal.

### 2. Grafik Fungsi Kuadrat

#### Bentuk Fungsi Kuadrat

Bentuk umum dari fungsi kuadrat adalah  $f(x) = ax^2 + bx + c$  dengan  $a, b, c \in R, a \neq 0$ . Fungsi kuadrat juga dikenal sebagai fungsi polynomial berderajat dua dalam variabel  $x$ . Salah satu contoh bentuk kudrat adalah  $f(x) = x^2 - 6x + 9$ .

Daerah Asal dan Daerah Hasil

Daerah asalnya yakni semua bilangan yang boleh kita masukkan ke dalam variabel  $x$ . Sembarang nilai  $x \in R$  dapat dipetakan menurut fungsi kuadrat. Dengan demikian domain dari fungsi kuadrat adalah sembarang  $x \in R$  atau  $D_f = \{x \mid x \in R\}$ . Sedangkan daerah hasil dari suatu fungsi kuadrat bergantung pada persamaannya. Range dari fungsi kuadrat dapat berupa  $(-\infty, \text{nilai maksimum}]$  jika kurva terbuka ke bawah atau  $[\text{nilai minimum}, \infty)$  jika kurva terbuka ke atas.

Misalnya  $f(x) = x^2 - 6x + 9$ . Daerah asal dari  $f$  adalah  $D_f = \{x \mid x \in R\}$ . Daerah hasil merupakan kumpulan semua nilai yang keluar dari fungsi tersebut, yaitu hasil yang didapat setelah mensubtitusikan nilai-nilai dari daerah asal. Maka daerah hasil dari fungsi tersebut adalah  $R_f = (-\infty, 0]$  karena nilai maksimumnya adalah 0. Nilai maksimum suatu fungsi kuadrat dapat ditentukan dengan menggunakan rumus  $f_{max} = \frac{b^2 - 4ac}{2a} = \frac{6^2 - 4 \times 1 \times 9}{2 \times 1} = 0$ .

#### Grafik Fungsi Kuadrat

Berikut adalah ciri-ciri grafik fungsi kuadrat:

- Grafik berbentuk parabola.
- Grafiknya simetris.
- Grafik memotong sumbu  $Y$  di titik  $(0, c)$

iv. Grafik memotong sumbu X, tergantung dari nilai diskriminan, dst.

Karakteristik grafik fungsi kuadrat berbeda-beda sesuai dengan bentuk fungsinya. Secara umum karakteristiknya antara lain:

- i. Domain dari fungsi kudrat adalah himpunan semua bilangan rill.
- ii. Grafik fungsi kuadrat berupa parabola yang dapat terbuka ke atas atau ke bawah.
- iii. Grafik memiliki sumbu simetri
- iv. Untuk parabola yang membuka ke atas, fungsi kuadratnya akan menurun di sisi kiri sumbu simetrinya dan naik di kanan sumbu simetrinya. Sebaliknya untuk parabola yang membuka ke bawah, fungsi kuadratnya naik di sisi kiri sumbu simetri dan naik di kanan sumbu simetrinya.
- v. Grafik memiliki nilai maksimum atau nilai minimum

### 3. Grafik Fungsi Rasional

#### Bentuk Fungsi Rasional

Fungsi rasional merupakan fungsi yang berupa pembagian dari dua polynomial yang dinyatakan dalam bentuk umum  $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$  dengan  $q(x) \neq 0$ .  $p(x)$  maupun  $q(x)$  dapat berupa fungsi linear, kuadrat maupun bentuk lainnya. Contoh :  $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$

#### Daerah Asal dan Daerah Hasil

Secara umum domain dari suatu fungsi rasional adalah semua nilai  $x \in R$  kecuali  $x$  yang membuat pembagi menjadi nol. Contoh untuk  $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$ ,  $D_f = \{x|x \in R, x \neq 3\}$  karena untuk  $x = 3$  pembaginya menjadi bernilai 0 dan fungsi menjadi tidak terdefinisi. Selanjutnya daerah hasil dari suatu fungsi rasional secara umum adalah semua nilai  $y \in R$ , atau dapat dituliskan  $R_f = \{y|y \in R\}$ . Akan tetapi untuk masalah tertentu rangenya dapat berbeda. Misalnya untuk  $f(x) = \frac{1}{x}$ , nilai  $f(x) \neq 0$  sehingga  $R_f = \{y|y \neq 0, y \in R\}$ .

### Grafik Fungsi Rasional

Karakteristik grafik fungsi rasional berbeda-beda bergantung pada bentuknya. Karena pada fungsi rasional daerah asal belum tentu semua bilangan rill dan daerah hasilnya juga belum tentu semua bilangan rill maka akan ada nilai  $x$  dan  $y$  tertentu yang tidak memenuhi fungsi tersebut. grafik fungsi rasional dapat digunakan untuk memahami dan menyelesaikan permasalahan kuantitas yang bukan bilangan bulat.

#### METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penulisan artikel ini yaitu kajian literatur yang dilakukan melalui pencarian beberapa referensi berupa tulisan ilmiah seperti jurnal, buku, prosiding seminar, serta dokumen lainnya. Literatur yang digunakan merupakan literatur yang terkait dengan tema artikel ini yakni mengenai pembelajaran matematika dengan menggunakan *Geogebra*, khususnya *Geogebra* secara online melalui website [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

#### HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

##### 1. Pembelajaran Menganalisis Perubahan Grafik Fungsi Akibat Transformasi $f^2(x)$ , $\frac{1}{f(x)}$ , dan $|f(x)|$

Salah satu materi Matematika yaitu menganalisis perubahan grafik fungsi. Kompetensi dasarnya yakni menganalisa karakteristik masing-masing grafik (titik potong dengan sumbu, titik puncak, asimtot) dan perubahan grafik fungsinya akibat transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$ .

Tabel 1. Perubahan Karakteristik Grafik Fungsi

	Karakteristik
Transformasi $f^2(x)$	• Grafik berupa kurva parabola

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Titik puncak parabola yaitu <math>(a, 0)</math></li> </ul>
Transformasi $\frac{1}{f(x)}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafik berupa grafik fungsi rasional</li> <li>• Asimtot tegak fungsi rasionalnya adalah <math>x = a</math>, dimana <math>a</math> adalah absis dari titik potong grafik fungsi linearnya dengan sumbu <math>X</math></li> <li>• Fungsi rasionalnya mempunyai asimtot datar yaitu sumbu <math>X</math></li> </ul>
Transformasi $ f(x) $	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafik berupa grafik fungsi nilai mutlak</li> <li>• Titik singgung yaitu <math>(a, 0)</math></li> <li>• Grafik fungsi nilai mutlak terbagi menjadi dua garis yang gradiennya berlawanan dan titik temunya di <math>(a, 0)</math></li> <li>• Bagian grafik fungsi linear yang berada di bawah sumbu <math>x</math> berubah menjadi garis dengan gradien yang berlawanan</li> </ul>

Indikator pencapaian kompetensi pada kompetensi dasar ini yaitu menentukan karakteristik grafik titik potong dengan sumbu, titik puncak, asimtot) suatu fungsi linear, fungsi kuadrat, serta fungsi rasional dan membedakan karakteristik grafik suatu fungsi akibat transformasi  $f(x)^2$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$ .

Pada materi ini, diperlukan Geogebra untuk membantu proses pembelajaran. Menurut Ali (2010) Geogebra dapat memberikan visualisasi grafik secara

jelas dan objek geometri yang abstrak dapat divisualisasikan serta dimanipulasi dengan akurat, cepat dan efisien. Lebih lanjut, Isman (2016:18) menyatakan bahwa objek matematika khususnya grafik fungsi dapat divisualisasikan secara efektif oleh Geogebra. Hal tersebut juga didukung oleh pendapat Andri, dkk. (2018:13) yang menyatakan bahwa Geogebra dapat mengakomodasi kegiatan pembelajaran matematika secara visual, numerik, dan analitik.

Kegiatan menganalisis karakteristik grafik fungsi ini peserta didik perlu mengamati beberapa contoh grafik fungsi yang dimaksud sehingga dapat melihat perbedaan setiap fungsinya dan dapat membuat simpulan. Contoh dari fungsi-fungsi tersebut akan divisualisasikan melalui Geogebra. Sebagai pedoman dalam pembelajaran, peserta didik difasilitasi dengan lembar kerja atau LKPD. Berikut ini akan disajikan langkah-langkah pembelajaran yang dilakukan.

#### a. Transformasi Oleh Fungsi $f^2(x)$

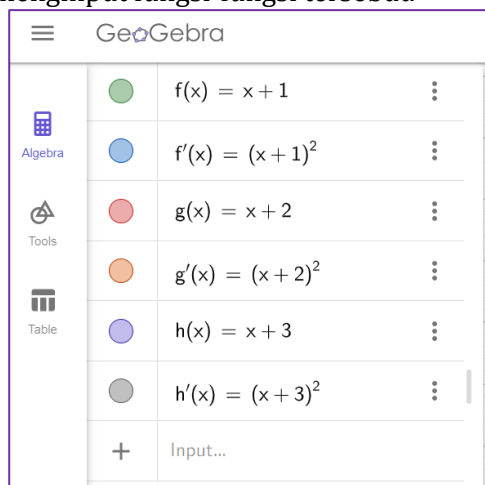
*Pertama*, pembelajaran diawali dengan aktivitas tanya jawab antara guru dan peserta didik. Guru dapat menyajikan contoh dan bukan contoh (*counter example*) kemudian peserta didik diminta untuk menyebutkan mana yang merupakan contoh. Langkah selanjutnya peserta didik diminta untuk memberikan beberapa contoh fungsi linear dan transformasinya oleh fungsi  $f^2(x)$ . Pada kegiatan menyebutkan contoh, peserta didik juga dapat menuliskannya pada LKPD yang sudah diberikan. Kemudian, peserta didik diminta untuk saling mengoreksi contoh yang diberikan oleh temannya. Kegiatan ini mendorong peserta didik untuk berkomunikasi (*communication*), berpikir kritis (*critical thinking*) dan berpikir kreatif (*creative thinking*). Menurut Coffman (2013) keterampilan berpikir kreatif dapat dibiasakan oleh guru dengan memberikan pertanyaan dan mengajak peserta didik terlibat aktif dalam pembelajaran dan mengeksplorasi topik.

Kedua, secara berkelompok peserta didik diminta untuk menyiapkan *software* Geogebra, dapat menggunakan aplikasi maupun melalui website <https://www.geogebra.org/graphing>. Kemudian fungsi-fungsi yang telah disebutkan, diminta untuk menginputkan ke dalam fitur input Geogebra. Misalkan contoh fungsi-fungsi tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 2. Contoh Fungsi Linear dan Transformasi  $f^2(x)$

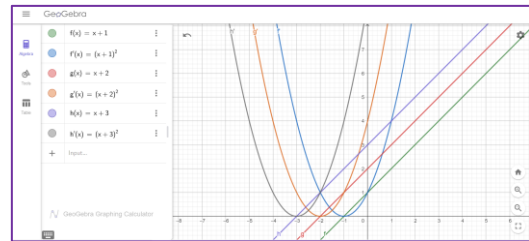
Fungsi Linear	Transformasi $f^2(x)$
$f(x) = x + 1$	$f^2(x) = (x + 1)^2$
$g(x) = x + 2$	$g^2(x) = (x + 2)^2$
$h(x) = x + 3$	$h^2(x) = (x + 3)^2$

Berikut ini adalah tampilan pada Geogebra setelah peserta didik menginput fungsi-fungsi tersebut.



Gambar 1. Tampilan Input

Setelah peserta didik menginputkan contoh fungsi, maka akan muncul tampilan seperti di atas. Terdapat beberapa warna yang berbeda pada setiap fungsi. Jika akan menyembunyikan tampilan fungsi, maka dapat mengklik bulatan di sebelah kiri fungsi yang tertera.



Gambar 2. Tampilan Grafik Fungsi Linear dan Transformasi  $f^2(x)$  Pada Geogebra

Gambar 2 menunjukkan tampilan grafik pada Geogebra. Jika pengguna akan merubah warna grafik dengan disesuaikan pasangannya, maka dapat dilakukan dengan menyeting warna pada bagian menu setting. Hal ini dapat memudahkan peserta didik dalam mengidentifikasi setiap pasangan fungsi. Geogebra memberikan tampilan yang menarik dengan adanya berbagai warna dan ketepatan grafik dengan adanya *major and minor gridlines* atau garis bantu. Jika dibandingkan dengan jangka dan penggaris, Geogebra lebih unggul dalam menyajikan lukisan grafik karena cepat dan teliti (Mahmudi, 2010:471).

Ketiga, peserta didik menganalisis dengan cara membandingkan karakteristik dari grafik fungsi linear dengan grafik fungsi yang ditransformasi  $f^2(x)$  atau menjadi fungsi kuadrat. Kegiatan ini dapat dilakukan secara berkelompok. Peserta didik diminta untuk melihat perbedaan dan persamaan antara grafik awal dengan grafik setelah ditransformasi. Untuk memudahkan dalam proses penyelidikan, peserta didik dapat menampilkan fungsinya secara sepasang. Jika peserta didik mengalami kesulitan pada tahap ini, guru dapat memberikan bantuan berupa pertanyaan-pertanyaan pemantik sebagai berikut.

- *Bagaimanakah bentuk dari kedua grafik tersebut? apakah sama?*  
Pertanyaan ini dapat mengarahkan peserta didik untuk membedakan bahwa fungsi linear memiliki grafik berupa garis lurus, sedangkan fungsi kuadrat memiliki grafik berupa kurva parabola.
- *Apakah kedua grafik memiliki titik potong dan titik puncak?*

Pertanyaan ini diharapkan dapat mengarahkan peserta didik untuk mencermati masing-masing titik potong grafik dan titik puncak grafik fungsi kuadrat. Misalnya titik potong grafik fungsi  $f(x) = x + 1$  adalah di titik  $(-1,0)$  dan titik  $(0,1)$ . Titik potong grafik fungsi  $f^2(x) = (x + 1)^2$  adalah di titik  $(0,1)$  dan memiliki titik puncak di titik  $(-1,0)$ .

- Adakah hubungan antara titik potong grafik fungsi linear dengan titik puncak grafik fungsi kuadrat?

Pertanyaan ini digunakan untuk mengarahkan peserta didik dalam membuat hubungan antara grafik fungsi linear dengan grafik transformasinya. Misalnya grafik fungsi linear dan grafik transformasinya sama-sama memotong di titik  $(0,1)$ , sedangkan titik potong grafik fungsi linear di titik  $(-1,0)$  merupakan titik puncak grafik transformasinya.

Selain memberikan pertanyaan pemantik, guru juga dapat mengarahkan analisis peserta didik dengan memberikan bantuan berupa tabel observasi pengamatan seperti berikut.

Tabel 3. Tabel Hasil Pengamatan Grafik Fungsi  $f(x)$  dan  $f^2(x)$

	Grafik Linear	Transformasi
Contoh	.....	.....
Bentuk Grafik	.....	.....
Titik Potong	.....	.....
Titik Puncak	.....	.....

Kegiatan menganalisis ini mengembangkan keterampilan berpikir kritis (*critical thinking*). Menurut Ida (2019: 6) salah satu contoh keterampilan berpikir kritis yaitu kemampuan untuk membedakan. Selain itu, keterampilan yang dikembangkan dalam tahap ini yaitu berkolaborasi (*collaboration*). Lebih lanjut, Ida (2019: 7) mengungkapkan bahwa keterampilan berkolaborasi merupakan kemampuan peserta didik dalam bekerjasama, bersinergi dan

berbagi tanggung jawab serta peran sehingga masalah yang dihadapi dapat terselesaikan dengan baik. Selain itu, pada tahap ini peserta didik juga dilatih untuk mengembangkan keterampilan berkomunikasi (*communication*). Arsad & Soh (2011:1472) menyatakan bahwa salah satu elemen dari berkomunikasi adalah mampu berinteraksi dalam kelompok kerja secara kooperatif.

*Keempat*, peserta didik dibimbing oleh guru untuk membuat simpulan dari hasil pengamatan dan analisis. Pada tahap ini diharapkan peserta didik dapat menarik simpulan bahwa transformasi fungsi linear oleh  $f^2(x)$  mengakibatkan perubahan fungsi linear menjadi fungsi kuadrat, mengubah grafik fungsi dari garis lurus menjadi kurva parabola, serta titik potong garis lurus dengan sumbu  $X$  yaitu titik  $(a, 0)$  akan menjadi titik puncak bagi kurva parabola. Kegiatan ini melatih keterampilan peserta didik dalam berpikir kritis (*critical thinking*). Zubaidah (2018:7) mengatakan bahwa salah satu indikator dari berpikir kritis yakni dapat menginterpretasikan informasi serta membuat simpulan berdasarkan analisis.

*Kelima*, peserta didik diminta untuk mempresentasikan hasil diskusi berupa simpulan atau penemuan yang mereka peroleh bersama tim atau kelompoknya. Zubaidah (2018:13) mengungkapkan bahwa salah satu indikator dari keterampilan berkomunikasi adalah kemampuan presentasi. Oleh karena itu, kegiatan ini diharapkan dapat melatih peserta didik untuk mengembangkan keterampilan berkomunikasi (*communication*).

## b. Transformasi Oleh Fungsi $\frac{1}{f(x)}$

*kedua*, guru dapat mengawali pembelajaran dengan aktivitas tanya jawab mengenai contoh fungsi linear dan fungsi rasional. Selanjutnya peserta didik diminta untuk memberikan beberapa contoh fungsi linear dan fungsi transformasinya oleh  $\frac{1}{f(x)}$ . Guru dapat



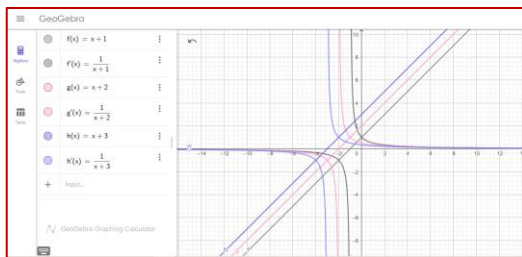
meninjau apakah fungsi-fungsi yang disebutkan sudah benar.

*Kedua*, peserta didik diminta untuk mempersiapkan aplikasi Geogebra dan menginput fungsi-fungsi yang telah mereka sebutkan ke dalam aplikasi Geogebra. Misalkan fungsi-fungsi yang disebutkan adalah sebagai berikut.

Tabel 4. Contoh Fungsi Linear dan Transformasi  $\frac{1}{f(x)}$

Fungsi Linear	Transformasi $\frac{1}{f(x)}$
$f(x) = x + 1$	$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x + 1}$
$g(x) = x + 2$	$\frac{1}{g(x)} = \frac{1}{x + 2}$
$h(x) = x + 3$	$\frac{1}{h(x)} = \frac{1}{x + 3}$

Berikut ini adalah grafik fungsi yang terlihat pada Geogebra. Warna pada fungsi sudah disesuaikan dengan pasangan masing-masing fungsi.



Gambar 3. Tampilan Grafik Fungsi Linear dan Transformasi  $\frac{1}{f(x)}$  Pada Geogebra

*Ketiga*, secara berkelompok peserta didik mengamati karakteristik dari grafik fungsi linear dan perubahannya akibat transformasi  $\frac{1}{f(x)}$  dengan cara membandingkan antara persamaan dan perbedaannya melalui Geogebra. Supaya lebih mudah dan fokus saat melakukan pengamatan, maka grafik fungsi dapat ditampilkan sepasang demi sepasang. Untuk membantu peserta didik yang mengalami kesulitan, guru dapat memberikan pertanyaan-pertanyaan pemantik sebagai berikut.

- Apakah terdapat perubahan bentuk grafik? Jika iya, menjadi grafik fungsi apa?

Pertanyaan ini diharapkan dapat membantu peserta didik dalam membedakan bahwa transformasi  $\frac{1}{f(x)}$  mengubah grafik fungsi linear menjadi grafik fungsi rasional.

- Apakah kedua grafik memiliki titik potong terhadap sumbu X?

Pertanyaan ini dapat mengarahkan peserta didik untuk melihat bahwa grafik fungsi rasional tidak memiliki titik potong sedangkan grafik fungsi linear memiliki titik potong. Misalnya titik potong fungsi  $f(x) = x + 1$  adalah  $(-1, 0)$  dan  $(0, 1)$ .

- Apakah kedua grafik memiliki asimtot?

Pertanyaan ini digunakan untuk mengarahkan peserta didik untuk melihat bahwa grafik fungsi rasional memiliki asimtot sedangkan fungsi linear tidak. Misalnya asimtot tegak fungsi  $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x+1}$  adalah  $x = -1$  dan asimtot mendatar adalah mendekati sumbu X.

- Adakah hubungan antara titik potong dengan asimtot?

Pertanyaan ini dapat memfokuskan peserta didik untuk melihat keterkaitan antara grafik fungsi  $f(x)$  dan  $\frac{1}{f(x)}$ . Misalnya absis titik potong grafik fungsi  $f(x) = x + 1$  dengan sumbu X adalah  $-1$ , sedangkan asimtot tegak dari fungsi  $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x+1}$  adalah  $x = -1$ .

Guru juga dapat membantu penyelidikan melalui tabel observasi yang dapat dituangkan melalui LKPD seperti berikut.

Tabel 5. Tabel Hasil Pengamatan Grafik Fungsi  $f(x)$  dan  $\frac{1}{f(x)}$

	Grafik Linear	Transformasi $\frac{1}{f(x)}$
Contoh	.....	.....
Bentuk Grafik	.....	.....
Titik Potong	.....	.....
Asimtot	.....	.....

*Keempat*, peserta didik membuat simpulan dari hasil penyelidikan. Diharapkan mereka dapat menyimpulkan bahwa transformasi  $\frac{1}{f(x)}$  mengubah fungsi linear menjadi fungsi rasional, asimtot tegak fungsi rasionalnya adalah  $x = a$ , dimana  $a$  adalah absis dari titik potong grafik fungsi linearnya dengan sumbu  $X$ , dan asimtot datar yaitu sumbu  $X$ .

*Kelima*, setelah membuat simpulan kemudian peserta didik melakukan presentasi di depan kelas. Peserta didik dapat mempresentasikan langkah penyelidikan hingga simpulan yang diperoleh. Guru memberikan penguatan jika sudah benar serta meluruskan jika terdapat kesalahan.

### c. Transformasi Oleh Fungsi $|f(x)|$

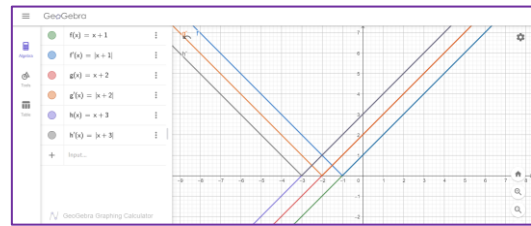
*Pertama*, guru dapat mengawali pembelajaran dengan mengingat kembali mengenai fungsi linear dan fungsi nilai mutlak. Selanjutnya guru meminta peserta didik untuk menyebutkan beberapa contoh fungsi linear dan fungsi transformasinya oleh  $|f(x)|$ . Kemudian guru mengarahkan peserta didik untuk saling mengoreksi contoh-contoh fungsi yang telah disebutkan.

*Kedua*, peserta didik diminta untuk menyiapkan aplikasi Geogebra dan selanjutnya menginput contoh-contoh fungsi yang telah disebutkan ke dalam Geogebra. Misalnya fungsi-fungsi yang disebutkan adalah sebagai berikut.

Tabel 6. Contoh Fungsi Linear dan Transformasi  $|f(x)|$

Fungsi Linear	Transformasi $ f(x) $
$f(x) = x + 1$	$ f(x)  =  x + 1 $
$g(x) = x + 2$	$ g(x)  =  x + 2 $
$h(x) = x + 3$	$ h(x)  =  x + 3 $

Jika sudah diinput dalam aplikasi Geogebra, maka akan terlihat tampilan grafik fungsinya seperti gambar berikut.



Gambar 4. Tampilan Grafik Fungsi Linear dan Transformasi  $|f(x)|$  Pada Geogebra

*Ketiga*, peserta didik menyelidiki karakteristik grafik fungsi linear dan perubahannya akibat transformasi  $|f(x)|$  dengan menentukan persamaan dan perbedaan dari kedua fungsi secara berkelompok. Jika peserta didik mengalami kesulitan, guru dapat memberikan pertanyaan-pertanyaan pemantik sebagai berikut.

- Apakah terdapat perubahan bentuk grafik setelah mengalami transformasi? Jika iya, menjadi grafik seperti apa?

Pertanyaan ini akan membantu peserta didik dalam mengamati bahwa transformasi  $|f(x)|$  mengubah grafik fungsi linear (berupa garis lurus) menjadi grafik fungsi nilai mutlak.

- Apakah kedua grafik memiliki titik potong? Jika iya, sebutkan.

Pertanyaan ini mengarahkan peserta didik untuk mengamati titik potong kedua grafik. Misal titik potong fungsi  $f(x) = x + 1$  adalah titik  $(-1, 0)$  dan titik  $(0, 1)$ , sedangkan titik potong fungsi  $f'(x) = |x + 1|$  adalah  $(0, 1)$  dan memiliki titik singgung di  $(-1, 0)$ .

- Apakah gradien kedua grafik sama? Sebutkan gradiennya.

Pertanyaan ini memfokuskan peserta didik untuk mengecek gradien grafik fungsi. Misalkan, gradien grafik fungsi  $f(x) = x + 1$  adalah 1. Sedangkan pada fungsi  $|f(x) = |x + 1|$  gradien garis yang berada di atas sumbu  $X$  adalah 1 dan

gradien garis yang berada di bawah sumbu  $X$  adalah  $-1$ .

Guru juga dapat memberikan bantuan berupa tabel observasi karakteristik grafik fungsi linear dan perubahannya akibat transformasi  $|f(x)|$  seperti contoh berikut.

Tabel 7. Tabel Hasil Pengamatan Grafik Fungsi  $f(x)$  dan  $|f(x)|$

	Grafik Linear	Transformasi
Contoh	.....	.....
Bentuk Grafik	.....	.....
Titik Potong	.....	.....
Asimtot	.....	.....

*Keempat*, peserta didik menyimpulkan hasil penyelidikan yang telah dilakukan. Harapannya mereka dapat membuat simpulan bahwa transformasi oleh  $|f(x)|$  mengubah grafik fungsi linear menjadi grafik fungsi nilai mutlak. Titik potong  $(a, 0)$  pada grafik fungsi linear dengan sumbu  $X$  akan menjadi titik singgung grafik fungsi nilai mutlak pada sumbu  $X$ . Grafik fungsi nilai mutlak terbagi menjadi dua garis yang gradiennya berlawanan dan titik temunya di titik  $(a, 0)$ . Grafik fungsi linear yang berada di bawah sumbu  $X$  berubah menjadi garis dengan gradien yang berlawanan.

*Kelima*, peserta didik dipersilahkan untuk menyampaikan hasil penyelidikan dan diskusinya di depan kelas melalui presentasi. Guru berperan untuk memberikan penguatan serta meluruskan pemahaman peserta didik. Kemudian dilanjutkan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran maupun materi yang dipelajari.

Rangkaian kegiatan pembelajaran yang dilakukan dengan menggunakan *Geogebra* tersebut membiasakan keterampilan berpikir kritis, kreatif, berkolaborasi, dan berkomunikasi. Kegiatan tanya jawab dan presentasi membiasakan peserta didik pada keterampilan berkomunikasi. Kegiatan berdiskusi dalam kelompok

membiasakan keterampilan berkolaborasi, sedangkan kegiatan menganalisis perubahan grafik fungsi dan membuat simpulan membiasakan peserta didik dengan keterampilan berpikir kritis dan kreatif.

## PENUTUP

### 1. Simpulan

Pembelajaran mengenai analisis karakteristik grafik fungsi dan perubahannya akibat transformasi  $f^2(x)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$ , dan  $|f(x)|$  lebih menarik dan mudah dilakukan menggunakan *Geogebra*. Kegiatan penyelidikan dan analisis lebih menarik dilakukan karena adanya visualisasi yang bagus dari *Geogebra*. Selain itu, grafik fungsi yang ditampilkan juga lebih tepat dan presisi. Pembelajaran ini dapat melatih kemampuan peserta didik dalam mengembangkan keterampilan 4C dengan langkah-langkah kegiatannya. Pembelajaran diawali dengan peserta didik memberikan contoh dan saling mengoreksi yang diharapkan dapat melatih keterampilan berkomunikasi, berpikir kritis, dan berpikir kreatif. Kemudian memulai penyelidikan dengan mengamati persamaan dan perbedaan dari karakteristik fungsi linear dan perubahannya akibat transformasi diharapkan dapat melatih keterampilan berpikir kritis, berkomunikasi, dan berkolaborasi. Selanjutnya membuat simpulan dari hasil penyelidikan, hingga mempresentasikan hasil diskusi yang diharapkan dapat melatih kemampuan peserta didik dalam keterampilan. Oleh sebab itu, penggunaan *Geogebra* adalah pembelajaran matematika khususnya pada materi grafik fungsi sangat penting dan dapat membantu dan memudahkan peserta didik dalam mengkonstruksi pengetahuan.

### 2. Saran

Berdasarkan uraian dan kajian literatur di atas, *Geogebra* merupakan aplikasi yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika khususnya

materi grafik fungsi. Memanfaatkan Geogebra sebagai media pembelajaran, dapat memfasilitasi peserta didik untuk mengasah kemampuan 4C. Selanjutnya, dapat dilakukan penelitian tentang

keterkaitan antara penggunaan *Geogebra* dengan peningkatan keterampilan 4C. selain itu, dapat dilakukan penelitian penggunaan *Geogebra* pada materi maupun mata pelajaran lain.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aryana, Ida Bagus Putu. (2019). Pembelajaran Untuk Meningkatkan Kompetensi 4C (*Communication, Collaboration, Critical Thinking, dan Creative Thinking*) untuk Menyongsong Era Abad 21. *Prosiding Konferensi Nasional Matematika dan IPA Universitas PGRI Banyuwangi*. 1(1): 1-13.
- Arsad, Nurazidawati Mohamad, Kamisah Osman, & Tuan Mastura Tuan Soh. (2011). Instrument Development for 21<sup>st</sup> Century Skills in Biology. *Procedia Social and Behavioral Sciences*. 15: 1470 – 1474.
- Coffman, T. (2013) Using inquiry in the classroom: Developing Creative Thinkers and Information Literate Students. Maryland: Rowman & Littlefield Education.
- Collins, R. (2014). Skills for the 21st Century: Teaching Higher-Order Thinking. *Curriculum & Leadership Journal*, 12(14).
- Habibi, R. & Aprillian, R. (2020). *Tutorial dan penjelasan aplikasi e-office berbasis web menggunakan metode RAD*. Bandung: Kreatif Industri Nusantara.
- Mahmudi, A. (2010). Pemanfaatan Geogebra dalam Pembelajaran Matematika. Yogyakarta: UNY.
- Marlina, Winda & Jayanti, Dhitsaha. (2019). 4C Dalam Pembelajaran Matematika untuk Menghadapi Era Revolusi Industri 4.0. *Prosiding Sendika*. 5(1): 392-396.
- Nur, M. I. (2016). Pemanfaatan Program Geogebra dalam Pembelajaran Matematika. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*. 5, 10 – 19.
- Partnership for 21st Century Skills. (2008). *21st Century Skills, Education and Competitiveness: A Resource and Policy Guide*. Tucson, AZ.
- Purnomo, Joko. (2021). Kebermanfaatan Penggunaan Geogebra dalam Pembelajaran Matematika. *Indonesian Digital Journal of Mathematics and Education*. 8(1): 9-22.
- Rahadyan, Andri, dkk. (2018). Penggunaan Aplikasi GeoGebra dalam Pembelajaran Matematika Disekolah Menengah Pertama. *Jurnal PKM: Pengabdian Kepada Masyarakat*. 1(1): 11-19.
- Robiah, Khofifatur, dkk. (2024). Peran Teknologi dalam Meningkatkan Efektivitas Pembelajaran Pendidikan Islam. *Jurnal Pendidikan Islam Al-Affan*. 4(2):218-233.
- Sugiyono. (2015). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Umayah, Yayah & Hanif Evendi. (2018). Analisis Pemanfaatan Software Geogebra untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Peserta didik dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Mitra Pendidikan (JMP Online)*. 2(4): 446-455.
- Zubaidah, S. (2018). Mengenal 4C: Learning and Inovation skills untuk Menghadapi Revolusi Industri 4.0. Makalah: Disampaikan dalam seminar 2nd Science Education National Conference di Universitas Trunojoyo Madura 13 Oktober.